Chapitre 1 - Rappels d'algèbre élémentaire

Synthèse

Sommaire :

1 Nombres relatifs, puissances,fractions et racines carrées

1.1. Parenthèses et règles de priorités

Si un calcul a des parenthèses, on commence par calculer les parenthèses les plus **« intérieures »**.

Si un calcul n'a pas de parenthèses, on calcule dans l'ordre suivant :

- puissances et racines carrées
- multiplications et divisions
- additions et soustractions

Si un calcul n'a pas de parenthèses et ne comporte que additions/soustractions ou que des multiplications/divisions, alors on calcule de gauche à droite.

1.2. Calcul sur les nombres relatifs

- Addition et soustraction

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}$$

- Multiplication

$$\frac{a}{c}*\frac{b}{d}=\frac{a*b}{c*d}$$

- Division

$$\frac{a}{c}:\frac{b}{d}=\frac{a*d}{c*b} \qquad \frac{\frac{a}{c}}{b}=\frac{a}{c}*\frac{1}{b}=\frac{a}{c*b} \qquad \frac{1}{a/b}=\frac{b}{a}$$

1.1. Calcul sur les puissances

- Multiplication

$$a^n * a^p = a^{n+p} \qquad (a * b)^n = a^n * b^n \qquad (a^n)^p = a^{np}$$

Exemples :

$4^2 * 4^2 = 4^{(2+2)} = 256$

(x2)3 + (x3)2 = x6 + x6 = 2x6.

(x *b)2 = x²*b²

- Division

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n} \qquad \frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$$

Exemples :

$456 /(1+x)^{3} = 456*(1+x)^{-3}$

1.3. Calcul sur les racines carrées

- Multiplication

$$\sqrt{a * b} = \sqrt{a} * \sqrt{b} \qquad \left(\sqrt{a}\right)^2 = a$$

- Division

$$\sqrt{(a/b)} = \sqrt{a}/\sqrt{b}$$

2 Développer, factoriser

2.1 Factoriser

Factoriser une expression, c'est transformer **une somme en produit**. Pour cela, il faut commencer par trouver un facteur commun à **tous** les termes de la somme que l'on veut factoriser.

$$\mathbf{a} * \mathrm{b} + \mathbf{a} * \mathrm{c} = \mathrm{a} * (\mathrm{b} + \mathrm{c})$$

Exemples :

$6x + 3y = \underline{3} \times 2x + \underline{3}y = 3(2x + y)$.

2.2 Développer

Développer une expression, c'est transformer un produit en somme (c'est l'opération inverse de la factorisation).

$$\mathrm{a} * (\mathrm{b} + \mathrm{c}) = \mathrm{a} * \mathrm{b} + \mathrm{a} * \mathrm{c}$$

Et de façon plus générale :

$$(a + b) * (c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Exemples :

$4(2x - 1) = 8x - 4$.

$3[1 - 2(1 - a)] = 3 - 6(1 - a) = 5 - 6 + 6a = 6a - 1$.

$(x - 1)(x - 2) = x^2 - 2x - x + 2 = x^2 - 3x + 2$.

Pour rendre les calculs plus rapides, il existe certaines identités qui doivent être connues : les identités remarquables. Elles sont au nombre de trois :

1.	$(a + b)^2$	$=$	$a^2 + 2ab + b^2$
2.	$(a - b)^2$	$=$	$a^2 - 2ab + b^2$
3.	$(a + b)(a - b)$	$=$	$a^2 - b^2$

ATTENTION

on voit bien ici qu'en particulier

$$(a + b)^2 \neq a^2 + b^2$$

Exemples :

$(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$,

$(4x - y)^2 = 16x^2 - 8xy + y^2$,

$(2 - 3x)(2 + 3x) = 4 - 9x^2$,

Si l'on veut développer des expressions du type (a + b)^n pour un entier n plus grand que 2, on pourra utiliser ces identités remarquable, et le fait que (a + b)^n = (a + b) × (a + b)^n−1.

Exemples :

$(a + b)^3 = (a + b)(a + b)^2 = (a + b)(a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.