Chapitre 3 - Indices simples et synthétiques

Synthèse

Sommaire :

Le mot **indice** désigne un nombre sans dimension permettant de faire des comparaisons dans le temps et dans l'espace.

Dans la majorité des cas, la comparaison sera temporelle et portera essentiellement sur des prix et des quantités.

Il existe 2 types d'indices :

- Ceux qui correspondent à des grandeurs dites « simples » sont exprimés par un nombre appelés « indices élémentaires ». (On appelle grandeur simple toute grandeur repérée par un nombre unique.)
- Ceux qui correspondent à des grandeurs dites « complexes » composées de différentes grandeurs simples appelées « indices synthétiques ». (On appelle grandeur complexe toute grandeur définie par plusieurs nombres.)

1 Les indices simples (élémentaires)

Soient x_0 et x_t les valeurs prises par une grandeur X respectivement aux temps 0 et t. On appelle indice élémentaire de X au temps t relativement au temps 0, le rapport noté $I_{t/0}(x)$, défini par :

$$I_{t/0}(x) = \frac{x_t}{x_0}.$$

Cet indice est un indice temporel et s'énonce de la manière suivante : « indice élémentaire de X en t base 1 en 0 ».

Par commodité, on utilise généralement un indice « base 100 en 0 », c'est-à-dire le nombre $I_{t/0}(x) = 100 \times \frac{x_t}{x_0}$. La date t est appelée « date courante » et la date 0 est appelée « date de référence » ou « de base ».

<u>Interprétation</u> :

Si $I_{1/0} > 100$, il y a une augmentation entre les époques 0 et 1.

Si $I_{1/0} < 100$, il y a une diminution entre les époques 0 et 1.

<u>Exemple</u> :

A une date donnée (t_1), un objet était vendu 3020 €. Un objet de même type vaut 2490 €. 8 ans plus tard (t_2). Donner l'indice d'évolution du prix (diminution ou augmentation).

$$I = 100 * \frac{Xt}{Xo} = 100 * \frac{2\ 490}{3020} = 82{,}45\ \%$$

On observe une baisse du prix en 8 ans de 100 – 82,45 = 17,55%. Un bien valant 100 €, subissant la même variation, vaudrait 82,45 € 8 ans plus tard.

<u>Exemple</u> :

Le tableau suivant décrit l'évolution du chiffre d'affaires d'une entreprise réalisé sur un produit.

Date	Prix unitaire (P_t)	Quantité vendue (Q_t)	Montant des ventes (V_t)
0	200	5000	100000
t	220	6000	132000

Déterminer l'indice élémentaire du chiffre d'affaires de cette entreprise à la date t base 100 en 0. Notons par V le chiffre d'affaires, on a :

$$\left.\begin{aligned} V_0 &= P_o \times Q_o = 200 \times 5000 = 100000 \\ V_t &= P_t \times Q_t = 220 \times 6000 = 132000 \end{aligned}\right\} I_{t/0}(x) = 100 \times \frac{132000}{100000} = 132.$$

Complément :

$$I_{t/0}(Q) = 100 \times \frac{220}{200} \times \frac{6000}{5000} = 100 \times 1.10 \times 1.20 = 3.2$$

Augmentation de 10% des prix

Augmentation de 20% des quantités vendues

Les indices simples ne prennent en compte que la variation d'une seule composante d'un phénomène (exemple le prix du litre d'essence). Or il est très rare qu'une composante explique, à elle seule, l'évolution d'un phénomène économique complexe : par exemple l'évolution du prix du baril de pétrole, n'est pas seulement la conséquence de la variation du prix du litre de super, mais aussi celle des variations de prix d'autres produits et services.

Il faut donc disposer d'outils statistiques permettant de tenir compte de plusieurs composantes. On fera appel aux indices synthétiques.

2 Les indices synthétiques

On fera appel aux indices synthétiques, ces indices permettent de tenir compte de plusieurs composantes, en combinant l'évolution simultanée de plusieurs phénomènes, chacun d'eux étant mesuré par un indice simple.

Cette procédure (synthétique) pose différents problèmes :

- Celui du choix de la moyenne utilisée ;
- Celui de la pondération, c'est à dire de la "charge" (ou coefficient) relative de chaque composante dans l'ensemble.

On appelle indice global d'un panier à la période t par rapport à la période t_0 *le nombre :*

$$I^B_{t|t_0} = \frac{B_t}{B_{t_0}},$$

Où pour t, Bt = Pt*Qt d'un produit + Pt*Qt d'un second produit… est un budget global composé de plusieurs éléments.

Le tableau suivant donne les quantités de légumes consommées par un ménage en N et N+1 ainsi que les prix de vente pratiqués chacune de ces deux années.

Légume	Produits 1	Produits 2	Produits 3
Quantité consommée en kg en N	10	7	6
Prix par Kg pour N	2,1	3,2	2,5
Quantité consommée en kg en N+1	8	10	7
Prix par Kg pour N+1	2,9	2,8	2,7

L'indice global de ce panier (de légumes) en N+1 par rapport à N est :

$$I^B = \frac{(2{,}9 * 8 + 2{,}8 * 10 + 2{,}7 * 7)}{(2{,}1 * 10 + 3{,}2 * 7 + 2{,}5 * 6)} = 1{,}2$$

Avec une base de 100, 1,2*100 = 120, une hausse du budget de 20%. Cette hausse découle de la hausse des prix, hausse des quantités ?

Budget N +1 (Qté N+1 * Prix N+1) : $2,9*8+2,8*10+2,7*7=70,1$

Budget N (Qté N * Prix N) : $2,1*10+3,2*7+2,5*6=58,4$

70,1 – 58,4 =11,7
11,7 /58,4*100 = +20 %
70,1 / 58,4 *100 = 120 %

Si on décompose :

Budget N +1 (Qté N+1 * Prix N+1) : $2,9*8+2,8*10+2,7*7=70,1$

… (Qté N* Prix N+1) : 2,9 * 10 + 2,8 * 7 + 2,7 *6 = 64,8

Budget N (Qté N * Prix N) : $2,1*10+3,2*7+2,5*6=58,4$

Effet volume :

70,1 /64,8 = 1,08179
70,1-64,8 = 5,3
5,3/64,8*100 =8,1790%

Effet prix :

64,8/58,4 = 1,109589
64,8-58,4 = 6,4
6 ,4 /54,4*100 = 11,76%

Au final on retrouve l'indice global de départ : 1,08179*1,1109589 = 1,2

Il est naturel de vouloir isoler **l'effet de l'évolution du prix ou de la quantité consommée sur le budget**. On présentera pour cela les indices de Laspeyres, Paasche et Fisher.

2.1 La méthode de Laspeyres

L'indice de Laspeyres des prix mesure l'impacte de l'évolution du prix des produits sur le budget entre les périodes t_0 et t si les **quantités consommées durant la période étaient restées celles de la période** ***t***.

On appelle indice des prix de Laspeyres, l'indice synthétique des prix noté $L_{t/0}(P)$ et défini par :

$$L_{t/0}(P)=\frac{\sum_{i=1}^{r}P_{it}\times Q_{i0}}{\sum_{i=1}^{r}P_{i0}\times Q_{i0}}.$$

De même, l'indice de quantité de Laspeyres est l'indice synthétique noté $L_{t/0}(Q)$, défini par :

$$L_{t/0}(Q)=\frac{\sum_{i=1}^{r}P_{i0}\times Q_{it}}{\sum_{i=1}^{r}P_{i0}\times Q_{i0}}.$$

Suite de l'exemple :

Indice des prix de Laspeyres : 2,9 * 10 + 2,8 * 7 + 2,7 *6 / 2,1 ∗ 10 + 3,2 ∗ 7 + 2,5 ∗ 6 = 1,11

Indice des quantités de Laspeyres : 2,1*8+3,2*10+2,5*7/2,1 ∗ 10 + 3,2 ∗ 7 + 2,5 ∗ 6 = 1,14

Cet indice synthétique est utilisé par l'INSEE pour mesurer l'inflation. Il a le défaut de la surestimer.

2.2 La méthode de Paasche

On appelle indice de prix de Paasche l'indice synthétique des prix définis par :

$$P_{t/t_0}(prix) = \frac{\sum_{j=1}^{n} P_{jt} \times Q_{jt}}{\sum_{j=1}^{n} P_{j0} \times Q_{jt}}$$

L'indice de Paasche des prix mesure de combien de fois est plus cher le panier de la période t qu'il n'aurait été avec les prix de la période t_0. L'indice de Paasche a tendance à sous-estimer l'inflation.

De même, l'indice de quantité de Paasche est l'indice synthétique défini par :

$$P_{t/t_0}(qt) = \frac{\sum_{j=1}^{n} P_{jt} \times Q_{jt}}{\sum^{n} P_{jt} \times Q_{j0}}$$

Suite de l'exemple :

Indice des prix de Paasche : 2,9 * 8 + 2,8 * 10 + 2,7 *7 / 2,1 ∗ 8 + 3,2 ∗ 10 + 2,5 ∗ 7 = 1,06

Indice des quantités de Paasche : 2,9 ∗ 8 + 2,8 ∗ 10 + 2,7 ∗ 7 / 2,9 * 10 + 2,8 * 7 + 2,7 *6 = 1,08

En comptabilité, les indices de prix utilisés sont des indices de Paasche. Les indices conjoncturels (indice des prix à la consommation : indice de la production industrielle…) sont des indices de Laspeyres.

2.3 La méthode de Fisher

L'indice des prix de Fisher est la moyenne géométrique simple des indices de Laspeyres et de Paache, c à dire:

$$F_{t/t_0}(prix) = \sqrt{P_{t/t_0}(prix) \times L_{t/t_0}(prix)}$$

Pour les quantités :

$$F_{t/t_0}(qt) = \sqrt{P_{t/t_0}(qt) \times L_{t/t_0}(qt)}$$