Chapitre 6 - Introduction aux mathématiques financières

Synthèse

Sommaire :

1 Rappel des notions de base : intérêt, capitalisation et actualisation

- Intérêt

L'intérêt constitue la juste rémunération d'un report de consommation ou couvre le risque encouru par l'épargnant de ne pouvoir consommer le bien, à terme, au même prix, du fait de l'inflation. L'intérêt c**orrespond au loyer de l'argent, c'est-à-dire la rémunération qui compense à la fois le différé de consommation et le risque.**

Le temps va donc modifier la valeur du bien. Si le consommateur diffère sa consommation, en plaçant son argent, il percevra un intérêt à terme qui devrait lui permettre de faire face à une augmentation du prix. En France, les taux d'intérêt ont été proches de 0% au cours des dernières années où l'inflation a été particulièrement faible, entraînant un rendement négatif pour certaines obligations d'État.

Taux de rendements indicatifs des bons du Trésor et OAT | Banque de France :

	01/04/2021	**06/04/2021**	**07/04/2021**
1 mois	-0,62	-0,616	-0,592
3 mois	-0,609	-0,607	-0,608
6 mois	-0,607	-0,605	-0,605
9 mois	-0,628	-0,625	-0,636
1 an	-0,629	-0,624	-0,62
2 ans	-0,673	-0,672	-0,673
5 ans	-0,501	-0,498	-0,503
10 ans	-0,078	-0,062	-0,061
30 ans	0,791	0,801	0,802[1]

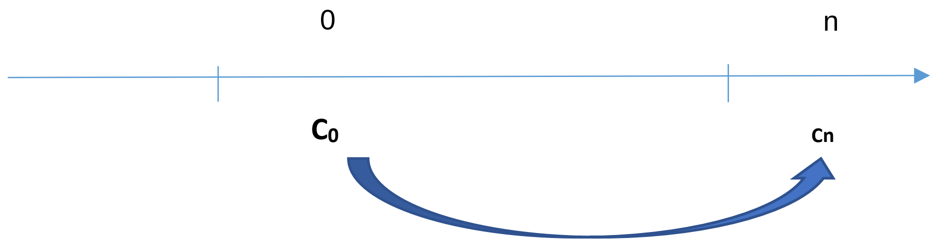
NB : en 2022, l'effet inverse se produit… hausse de l'inflation et hausse des taux.

- Capitalisation

La capitalisation est le calcul de la valeur acquise (total du capital et des intérêts) par un placement au bout de n périodes.

[1] https://www.lafinancepourtous.com/decryptages/finance-perso/banque-et-credit/taux-d-interet/comment-expliquer-les-taux-dinteret-negatifs/

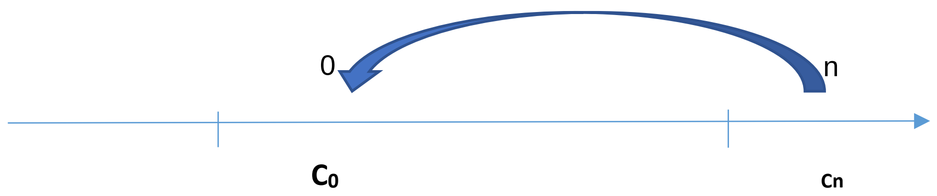
Le capital génère des intérêts dont ces intérêts gêneront aussi d'autres intérêts.



La capitalisation correspond à **<u>connaître un montant futur par rapport à un montant présent</u>**. Ainsi, combien vais-je recevoir si je place 1 000 € pendant 2 ans à un taux de 2 % ?

La période retenue pour les calculs de capitalisation est le plus souvent l'année, mais elle peut être aussi le trimestre voire le mois.

- Actualisation



L'actualisation consiste **à déterminer la valeur aujourd'hui** (la valeur actuelle) **d'une somme** (ou d'une suite de sommes) dont la **valeur future est connue**. L'actualisation nécessite le choix d'un taux, le taux d'actualisation.

Ainsi, une personne va hériter de 30 000 € dans 5 ans, à quelle valeur correspondent ces 30 000 € aujourd'hui ?

Règles à appliquer pour l'actualisation et la capitalisation :

- seuls des flux exprimés à une même date peuvent être comparés ou combinés,
- pour transporter des flux vers le futur, il faut capitaliser,
- pour transporter des flux vers le passé, il faut actualiser.

1.1 Les intérêts simples

L'intérêt simple est calculé en fin de période. Il est la rémunération du capital prêté ou placé à courte durée en général moins d'un an. Le calcul est effectué pour l'escompte commerciale, la rémunération des comptes courants d'associés, découverts etc.

Ces derniers sont proportionnels aux :

- C = Capital,
- i = Taux d'intérêt,
- n = durée

I = montant des intérêts :

$$\boldsymbol{i = C\ x\ i\ x\ n}$$

Usages financiers :

- une année = 360 jours,
- généralement il n'est pas tenu compte du jour de déblocage mais le jour du remboursement est décompté.

<u>Exemple</u> : vous placez une somme de 5 000 € sur un livret en banque durant 8 mois au taux de 1 %. Calculer l'intérêt acquis.

Intérêt = 5 000 x (8/12) x 1 % = 33.33 €

<u>Exemple</u> : un prêt de 5 000 € consenti le 15 avril N est remboursé le 10 juin N avec un taux d'intérêt de 1 %.

Nombre de jours : avril 30 – 15 = 15 jours ; 30 jours pour mai et 10 jours pour juin.

Intérêt = 5 000 x (55 / 360) x 1 % = 7,64 €

1.1.1 Le calcul en intérêt simple post-compté

Intérêts post-comptés : l'intérêt est versé en fin d'opération (opération à terme échu ou à taux post-compté).

- Valeur acquise (future)

La valeur acquise (montant total) par un capital placé à intérêts simples est égale à la somme des intérêts versés en fin de période de placement plus le capital initial.

Valeur acquise (Cn) = Capital (Co) + Intérêt (I)

Ou

$$\boldsymbol{Cn = \mathrm{Co} + Co \; \mathrm{x} \; i \; \mathrm{x} \; n \;\; \mathrm{ou} \; \mathrm{Co} \; \mathrm{x} \; (\, 1 + \mathrm{i} \; \mathrm{x} \; \mathrm{n} \,)}$$

<u>**Exemple**</u> : vous placez 30 000 € à intérêts simples de 1 % à compter du 1^{er} mai jusqu'à la fin d'année civile.

Valeur acquise = 30 000 + 30 000 X 8 / 12 x 1 % = 30 200 €.

Si le capital est placé jusqu'au 31/12/N+1, la capital acquis sera de 30 200 + 30 000 x 1 % = 30 500 €.

- Valeur actuelle (présente)

La valeur actuelle peut s'interpréter comme le capital aujourd'hui équivalent à un capital Cn disponible à un moment T.

$$\boldsymbol{\mathrm{Co} = \mathrm{Cn}/(1 + \mathrm{i} \; \mathrm{x} \; \mathrm{n})}$$

<u>**Exemple :**</u> la somme que vous pouvez emprunter aujourd'hui au taux de 2 % si vous ne pouvez rembourser que 6 000 € dans onze mois :
Co = 6 000 / (1 + 0,02 x 11/12) = 5 892 €.

1.1.2 Le calcul en intérêt simple précompté

Intérêts précomptés : l'intérêt est versé en début d'opération (opération à intérêt payé d'avance, opération à terme à échoir, ou opération à taux précompté).

Si un emprunteur a besoin de 10 000 €, il doit demander davantage à son banquier puisque celui-ci prélève d'entrée de jeu des intérêts et des commissions.

- Valeur acquise (future)

$$\boxed{Cn = \mathbf{Co} / (\mathbf{1} - (\mathbf{i\ x\ n}))}$$

<u>Exemple :</u> une entreprise a besoin de se financer pour 10 000 € sur une durée de 30 jours, le taux d'intérêt annuel étant de 2 %. Elle doit donc emprunter :

Cn = 10 000 / (1 – (0,02 x 30/360) = 10 017 €.

L'entreprise recevra 10 000 €. La banque prélèvera directement les 17 € d'intérêt.

- Valeur actuelle (présente)

$$\boxed{Co = \mathbf{Cn\ x} (\mathbf{1} - (\mathbf{i\ x\ n}))}$$

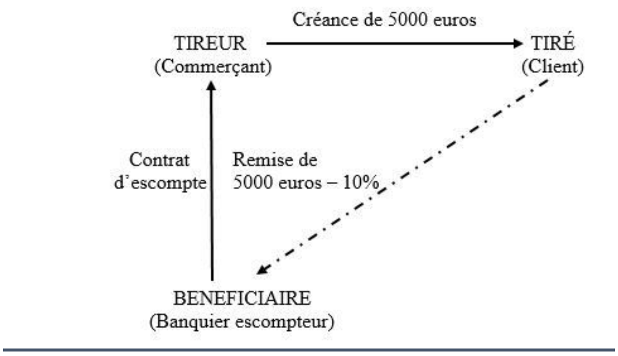
<u>Exemple</u> : une entreprise demande 10 000 € sur une durée de 30 jours, taux d'intérêt précompté de 6 %. Elle obtient : 10 000 × [1 – (0,06 × 30 / 360)] = 9 950 €.

1.1.3 Le cas de l'effet de commerce

Selon les modalités du contrat (de placement ou de prêt), il arrive que les **<u>intérêts soient perçus d'avance</u>**, ce qui est le cas lors de la remise à l'escompte d'effet négocié auprès de la banque.

<u>Rappel</u> : l'effet de commerce est un **moyen de paiement,** mais aussi un instrument de crédit. On distingue le « billet à ordre », émis par l'acheteur (peu utilisé) et la « lettre de change » émise par le vendeur.

Classiquement, on définit la lettre de change comme l'écrit par lequel une personne appelée **tireur**, donne l'ordre à une deuxième personne, appelée **tiré**, de payer à une troisième personne, appelée **porteur ou bénéficiaire**, de payer à une certaine échéance une somme déterminée.



https://aurelienbamde.com

La remise à l'escompte d'une lettre de change permet au créancier de bénéficier **<u>du paiement de l'effet avant l'échéance de celui-ci.</u>** La banque verse à l'entreprise (le créancier) une somme qui correspond à la valeur nominale de l'effet moins les agios (frais bancaires).

L'escompte est calculé sur la valeur nominale des effets à partir de la durée séparant la date de négociation (exclue) de la date d'échéance (incluse). La banque ajoute parfois à cette durée de crédit un ou deux jours, dits « jours de banque ». Beaucoup de banques imposent une durée minimale de 10 jours pour le calcul des intérêts et un montant minimum d'agios par effet.
Le taux des intérêts débiteurs est celui de **l'escompte majoré d'une commission d'endos (en général 0,60 %)**. Une commission **d'escompte fixe est appliquée pour chaque effet remis**. Elle est soumise à la TVA (contrairement à la commission d'endos qui est un taux).

Coût de l'escompte = Valeur nominale x taux d'escompte x nombres de jours entre la remise à l'escompte et l'échéance / 360

<u>**Exemple**</u> : effet de valeur nominale de 20 000 € crée le 3 mars à échéance le 31 mai est remis à l'escompte le 17 avril. Taux d'escompte : 8%, commission d'endos : 1 %, commission fixe : 5 HT (TVA 20%). La banque applique 2 jours d'opération de banque. Quelle est la valeur nette versée à l'entreprise ? Quel est le coût réel (taux effectif) de ce mode de financement ?
<u>Nombre de jours</u> : 30 – 17 + 31 = 44 jours + 2 jours de banque = 46 jours.
<u>Agios</u> : 20 000 x 8 % x 46 / 360 = 204,44€ + 20 000 x 1 % x 46 / 360 = 25,56 € + 5 x 1,2 = 6 €
Total = 204,44 + 25,56 + 6 = 236 €.
Valeur nette versée à l'entreprise : 20 000 – 236 € = 19 764 €

<u>Calcul du taux effectif</u> (taux d'intérêt réel):

Agios (intérêt + commissions) = Capital emprunté et réellement disponible (Ce) x taux x durée (n) / 365

Agios = Ce x T x n / 365

$$T = \frac{(\boldsymbol{Agios\ x\ 365})}{(\mathbf{Ce\ x\ n})}$$

Remarque :

- 365 jours et non 360 jours selon le code monétaire et financier,
- pour les escomptes, le capital emprunté est diminué du montant des agios,
- pour comparer plusieurs taux effectifs entre eux, il faut que les capitaux soient identiques.

Dans notre exemple, T = (236 x 365) / ((20 000 – 236) x 46) = 9,52 %.

Prendre les agios hors TVA (déductible fiscalement).

1.2 Les intérêts composés

Les intérêts composés sont des intérêts qui rapportent eux-mêmes des intérêts. Ils sont généralement utilisés pour les placements d'une **durée supérieure à une année**. Pour les opérations à intérêts composés les intérêts sont capitalisés, c'est-à-dire qu'à chaque fin de périodes ils rapportent eux-mêmes des intérêts.

Période	**Capital début de période**	**Intérêt**	**Valeur acquise en fin de période**
1	C	Ci	C+Ci = C(1+i)
2	C(1+i)		C(1+i)+ C(1+i)i= C (1+i) (1+i) = $C(1+i)^2$
3	$C(1+i)^2$		$C(1+i)^2$+ $C(1+i)^2$i= C $(1+i)^2$ (1+i) = $C(1+i)^3$
…			
n	$C(1+i)^{n-1}$		$C(1+i)^n$

Exemple : soit une somme de 10 000 € placée à intérêts composés pendant 2 ans au taux de 2 %.

- Année 1 : Intérêts = 10 000 × 0,02 = 200 € Valeur acquise = 10 000 + 200 = 10 200 €.
- Année 2 : Intérêts = 10 200 × 0,02 = 204 € Valeur acquise = 10 200 + 204 = 10 404 €.

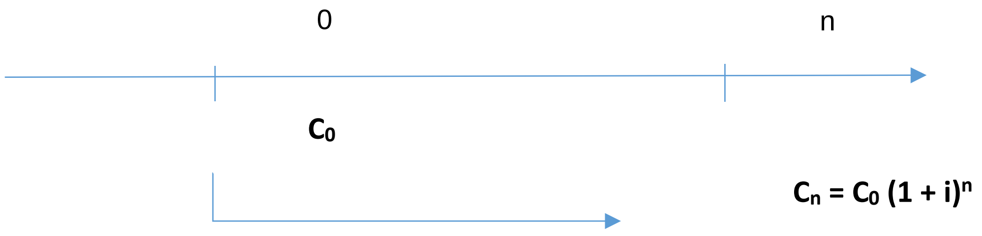
- Année 1 : 10 000 x (1 + 0,02) ^1 = 10 200 €.
- Année 2 : 10 000 x (1 + 0,02) ^2 = 10 404 €.

1.2.1 Valeur acquise avec intérêts composés

Elle correspond à la valeur acquise (C_n) par un capital placé aujourd'hui (C_o) après n période de placement.

Formule valeur acquise :

$$\boxed{\mathbf{Cn = Co \times (1 + i)^n}}$$



Exemple : vous placez une somme de 5 000 € au taux de 5 % pendant 4 ans. Quel sera le capital acquis ?

Cn = 5000 * (1 + 0,05)^4 = 6 077,53 €

Exemple : le trésorier de l'entreprise prévoit de placer un capital de 25 000 € à un taux d'intérêts de 3% pendant 2 ans et 5 mois. Quelle est la valeur acquise ?

Par interpolation :

C_2 : C_n au bout de 2 ans : C_2 = 25 000 * $(1{,}03)^2$ = 26 522,50 €.

C_3 : C_n au bout de 3 ans : C_3 = 25 000 * $(1{,}03)^3$ = 27 318,17 €.

C_3- C_2 = 27 318,17 € – 26 522,50 € = 795 ,68 € correspond à l'année 3 pour 12 mois.

Soit pour 5 mois : 795,68 € x 5/12 = 331,53 €.

D'où la valeur acquise au bout de 2 ans et 5 mois est de 26 522,50 € + 331,53 € = 26 854,02 €.

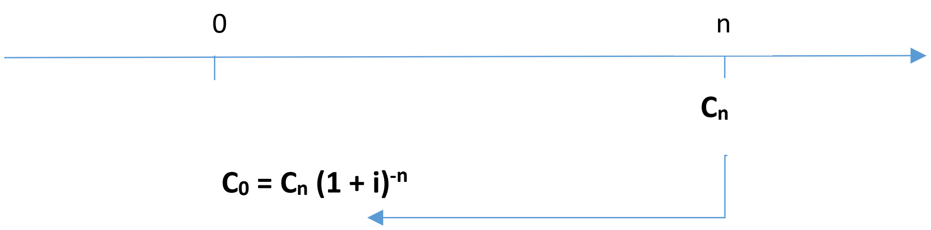
Par la formule : 25 000 * (1,03)^(2 + 5/12) = 26 851,18 €

1.2.2 Valeur actuelle avec l'intérêt composé

L'actualisation nous permet de savoir, dans des conditions fixées, quelle est la valeur actuelle (période 0) d'une somme qui sera perçue à la fin d'une certaine période. Cette approche n'est utile que pour les intérêts composés puisqu'elle concerne en général le moyen long terme.

Elle consiste à calculer la valeur aujourd'hui (Co) d'un capital dont on connaît le montant à une échéance (Cn).

$$C_0 = C_n \times (1 + i)^{-n}$$



Exemple : vous avez 22 ans et vous recevrez dans 10 ans 200 000 € le jour de vos 32 ans. A quel montant cette somme correspond-elle aujourd'hui avec un taux de 1 % ?

Co = 200 000 (1,01)^-10 = 181 057,40 €

1.3 La problématique des taux

- Taux proportionnel

Le taux **périodique est un taux proportionnel** si ce taux, appliqué à un calcul d'intérêts simples sur toutes les périodes de l'année, donne le même résultat que le taux annuel.

Généralement, le taux proportionnel est utilisé pour calculer des intérêts sur **une période inférieure à 1 an**.

Formules :

Taux périodique proportionnel = Taux nominal × Durée de la période / Durée de l'année.

Exemples :

- Taux proportionnel mensuel pour un taux annuel de 6% : 0,06 x 1 mois / 12 mois = 0,50%.
- Taux proportionnel pour la période du 1/1/2020 au 15/2/2020 pour un taux annuel de 10 % : 0,10 × 45 jours / 360 jours = 1,25 %.

- Taux équivalent (=taux actuariel)

Le taux **périodique est un taux équivalent** (ou actuariel) si ce taux, appliqué à un calcul d'intérêts composés sur toutes les périodes de l'année, donne le même résultat que le taux annuel.

Généralement, le taux proportionnel est utilisé pour calculer des intérêts sur **une période supérieure à 1 an**.

Formules :

Taux périodique équivalent = $(1 + \text{Taux annuel})^{\text{Durée de la période / Durée de l'année}} - 1$

Exemple : taux équivalent mensuel pour un taux annuel de 6% : 1,06^1 mois / 12 mois- 1 = 0,49%.

Dans le cadre d'une gestion de trésorerie (CT), c'est la **technique du taux proportionnel à utiliser**.

- Taux équivalent mensuel pour un taux annuel de 6 % : $1{,}06^{1\text{ mois} / 12\text{ mois}} - 1 = 1{,}06^{1/12} - 1 = 0{,}49$ %.
- Taux équivalent trimestriel pour un taux annuel de 6 % : $1{,}06^{3\text{ mois} / 12\text{ mois}} - 1 = 1{,}06^{1/4} - 1 = 1{,}47$ %.
- Taux équivalent semestriel pour un taux annuel de 6 % : $1{,}06^{6\text{ mois} / 12\text{ mois}} - 1 = 1{,}06^{1/2} - 1 = 2{,}96$ %.
- Taux équivalent pour la période du 1/1/2020 au 15/2/2020 pour un taux annuel de 10 % : $1{,}10^{45\text{ jours} / 360\text{ jours}} - 1 = 1{,}10^{45/360} - 1 = 1{,}20$ %.

À l'inverse, un taux périodique correspond à un taux annuel de : Taux annuel équivalent = $(1 + \text{périodique})^{\text{Durée de l'année / Durée de la période}} - 1$

- Taux équivalent annuel pour un taux équivalent mensuel de 0,49 % : $1{,}0049^{12\text{ mois} / 1\text{mois}} - 1 = 1{,}0049^{12} - 1 = 6$ %.

<u>Illustration</u> : Faire le lien entre taux proportionnel et taux équivalent

Mise à disposition de 10 000 € soit sur :

- le Compte à Terme à 2 % sur 12 mois (intérêt simple),
- le Compte à Terme à 2 % sur 1 mois, renouvelé onze fois (soit pendant 12 mois). Dans ce cas de figure, on se situe dans un calcul d'intérêt composé (les intérêts du 1er mois sont réinjectés dans le capital pour le 2ème mois…).

Dans le premier cas, intérêt simple, le montant des intérêts est de 200 € (10 000 € x 0,02). Le rendement (gain) est bien de 2%, le montant des intérêts : 200 € / 10 000 € x 100 = 2 %.

Dans le second cas, le montant des intérêts est de 201,84 €.

Mois	Dépôt (euros)	Taux	nombre de jours du mois	Intérêts acquis (euros)
1	10 000,00	2%	31	16,99
2	10 016,99	2%	28	15,37
3	10 032,35	2%	31	17,04
4	10 049,40	2%	30	16,52
5	10 065,92	2%	31	17,10
6	10 083,01	2%	30	16,57
7	10 099,59	2%	31	17,16
8	10 116,74	2%	31	17,18
9	10 133,93	2%	30	16,66
10	10 150,59	2%	31	17,24
11	10 167,83	2%	30	16,71
12	10 184,54	2%	31	17,30
Total :				**201,84**
			Taux actuariel	2,018%

Gain (taux actuariel) = 201,84 € / 10 000 € x 100 = 2,018%.

Ce taux peut être retrouvé via le calcul du taux périodique équivalent (passant du taux mensuel à un taux annuel) :

Taux d'intérêt pratiqué est le taux d'intérêt simple : 2% par an = 2%/12 = par mois 0,16667%

Si on place la valeur actuelle chaque mois on obtient un taux annuel de $[1+ (2\,\%/12)]^{12\text{ mois }/1\text{mois}} - 1 =$ 2,018%. Sans faire le tableau Excel, on retombe bien sur le même taux équivalent.

- Taux d'intérêt nominal, taux d'intérêt réel et taux d'intérêt déflaté

  - **Taux d'intérêt nominal** : taux d'intérêt inscrit dans le contrat qui lie les deux opérations au moment de la création d'un emprunt ou d'un prêt.

  - **Taux d'intérêt réel ou taux effectif** : le taux réellement supporté par l'entreprise (cf. 1.3 – calcul du taux effectif/ taux réel de l'escompte). Le coût ne correspond pas seulement à l'intérêt nominal, mais aussi aux frais de dossier, assurance…Le taux d'intérêt réel comprend l’ensemble de ces coûts. Le calcul du taux d’intérêt réel ou taux effectif est développé au sein du chapitre 3.

- **Taux d’intérêt déflaté** : taux d’intérêt corrigé du taux d’inflation.

Si le taux d’intérêt nominal d’un placement est de 3 % et l’inflation de 2 %, le taux d’intérêt déflaté sera globalement de 1% (3% - 2% = 1%) selon la version approximative.
Le calcul exact est fait par la formule :

$$1 + r = \frac{(1+i)}{(1+\pi)}$$

r = taux d’intérêt réel ; i = taux d’intérêt et π celui de l’inflation.
Exemple : 1 + r = 1,03 / 1,02 = r = 0,0098 soit 0,98 %.

Lorsque le taux d'inflation est faible, mais seulement sous cette condition, le taux réel est approximativement égal à la différence entre le taux nominal et le taux d'inflation.

2 Les emprunts indivis

2.1 Généralités

Définition : les emprunts indivis sont les emprunts faits auprès d’un seul prêteur.
Il n’y a qu’un seul prêteur, il est donc indivisible, d’où le qualificatif indivis (le nominal de la dette n’est pas divisé). L’emprunt indivis s’oppose donc à l’emprunt obligataire pour lequel l’emprunteur (une grande entreprise ou l’État) recourt à une multitude de créanciers (le nominal de la dette est divisé en titres).

Règles de bases :

- les intérêts sont calculés en appliquant le taux d’intérêt au montant restant à rembourser,
- le remboursement du crédit, total ou partiel, porte également le nom d’amortissement,
- le montant restant à rembourser à la fin d’une période est égal à la différence entre d’une part le montant restant à rembourser à l’issue de la période précédente, d’autre part l’amortissement qui vient d’être réalisé,
- le montant égal à la somme des intérêts et de l’amortissement du principal s’appelle l’annuité.

2.2 Les tableaux d'amortissement des emprunts

Le remboursement d'un emprunt indivis peut se réaliser selon trois méthodes différentes :

- remboursement par annuité constante,
- remboursement par amortissement constant,
- remboursement in fine (remboursement de la totalité de l'emprunt à la fin du contrat).

- Remboursement in fine

On dit qu'un crédit est remboursé in fine lorsque la totalité de son montant est amorti à la date d'échéance. Par conséquent, le montant restant à rembourser, chaque année, est le même. Ainsi, les intérêts sont identiques chaque année.

Informations	Calculs
Annuité	Intérêt + Amortissement (pour le dernier versement), sinon l'annuité = intérêt
Intérêts	Emprunt restant début de période × taux d'intérêt
Emprunt restant fin de période	Emprunt restant début de période – amortissement
Amortissement	**Remboursement en dernière année**

<u>Exemple</u> : le 1 janvier un emprunt de 15 000 € est contracté auprès de la banque. Durée 5 ans, taux 5,9%. Taux IS 25%.

Années	Emprunt début de période	Intérêt	Amortissement	Annuité
1	15000	885	0	885
2	15000	885	0	885
3	15000	885	0	885
4	15000	885	0	885
5	15000	885	15000	15885

Année 1 : intérêt : 15 000 € x 5,9 % = 885 €.

Année 5 : intérêt : 15 000 € x 5,9 % = 885 € ; annuité : 15 000 € + 885 € = 15 885 €.

- Remboursement par amortissement constant

On parle de crédit à amortissements constants lorsque le montant de chaque remboursement est égal au montant de l'emprunt rapporté à sa maturité. La diminution du montant restant à rembourser, à l'issue de chaque amortissement, conduit à une décroissance des intérêts.

Informations	Calculs
Annuité	Intérêt + Amortissement
Intérêts	Emprunt restant début de période × taux d'intérêt
Emprunt restant fin de période	Emprunt restant début de période – amortissement
Amortissement	**Emprunt initial / durée emprunt**

<u>Exemple</u> : le 1 janvier un emprunt de 15 000 € est contracté auprès de la banque. Durée 5 ans, taux 5,9 %.

Années	Emprunt début de période	intérêt	Amortissement	Annuité
1	15000	885	3000	3885
2	12000	708	3000	3708
3	9000	531	3000	3531
4	6000	354	3000	3354
5	3000	177	3000	3177

Le montant de l'emprunt à rembourser chaque année est de 15 000 € / 5 = 3 000 €.

Le montant restant à rembourser est donc :

- à la fin de la première année de 15 000 €,
- à la fin de la deuxième année de 15 000€ – 3 000 € = 12 000 €.

Les intérêts dus sont donc :

- à la fin de la première année de 15 000 € x 5,9 % = 885 €,
- à la fin de la deuxième année de 12 000 € x 5,9 % = 708 €.

Le versement à réaliser auprès de l'établissement financier :

- à la fin de la première année 885 € + 3 000 € = 3 885 €,
- à la fin de la deuxième année 708 € + 3 000 € = 3 708 €.

- Remboursement par annuité constante

Un crédit est remboursé par annuités constantes lorsque les montants des paiements annuels, l'annuité (qui regroupent les intérêts et les amortissements) sont constants. Dans la mesure où le montant restant à rembourser diminue sous l'effet des amortissements, les intérêts diminuent chaque année. Aussi, dans la mesure où les annuités sont constantes, les amortissements sont progressifs.

Formule à utiliser pour calculer l'annuité constante :

$$a = \ montant \ de \ l'emprunt * \frac{Taux}{1 - (1 + taux)\hat{} - durée} *$$

Informations	Calculs
Annuité	Cf. formule
Intérêts	Emprunt restant début de période × taux d'intérêt
Emprunt restant fin de période	Emprunt restant début de période – amortissement
Amortissement annuel	**Annuité constante - intérêts**

Exemple : le 1 janvier un emprunt de 15 000 € est contracté auprès de la banque. Durée 5 ans, taux 5,9 %.

Années	Emprunt début de période	Intérêt	Amortissement	Annuité
1	15000	885	2666	3551
2	12334	727,69	2824	3551
3	9510	561,09	2990	3551
4	6520	384,67	3167	3551
5	3353	197,85	3353	3551

Annuité : 15 000 x 0,0590 / (1 – (1,0590) ^-5) = 3 551,26 €. **Attention aux parenthèses !!!**